回路システム学第二（11）

2019.7.1

担当教官　山尾 泰

先週の学習項目

1. リアクタンス回路の設計(1)

- インピーダンス関数からの展開

➡ 並列リアクタンス回路の直列接続による実現

- アドミタンス関数からの展開

➡ 直列リアクタンス関数の並列接続による実現

リアクタンス回路の設計（2）

リアクタンス関数の4つのパターン

〔0、 ∞〕型

$Z(0)=0,\ Z(\infty)=\infty$

$$Z(s)=\frac{Hs\left(s^2+\omega_3^2\right)\left(s^2+\omega_5^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-1}^2\right)}{\underbrace{\left(s^2+\omega_2^2\right)\left(s^2+\omega_4^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-2}^2\right)}_{\text{2次の項数は分子分母とも}(n-1)}}$$

分子の次数が1次高い

〔−∞、 0〕型

$$Z(s)=\frac{H\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-3}^2\right)}{s\underbrace{\left(s^2+\omega_2^2\right)\left(s^2+\omega_4^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-2}^2\right)}_{\text{2次の項数は分子分母とも}(n-1)}}$$

分子の次数が1次低い

〔−∞、 ∞〕型

$$Z(s)=\frac{H\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-1}^2\right)}{s\underbrace{\left(s^2+\omega_2^2\right)\left(s^2+\omega_4^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-2}^2\right)}_{\text{2次の項数は分子が}n\text{、分母は}(n-1)}}$$

分子の次数が1次高い

〔0、 0〕型

$$Z(s)=\frac{Hs\left(s^2+\omega_3^2\right)\left(s^2+\omega_5^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-3}^2\right)}{\underbrace{\left(s^2+\omega_2^2\right)\left(s^2+\omega_4^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-2}^2\right)}_{\text{2次の項数は分子が}(n-2)\text{、分母は}(n-1)}}$$

分子の次数が1次低い

リアクタンス梯子型回路(1)

〔−∞、∞〕型

$$Z(s)=\frac{H\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-1}^2\right)}{s\left(s^2+\omega_2^2\right)\left(s^2+\omega_4^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-2}^2\right)}$$

$$=\frac{a_{2n}s^{2n}+a_{2n-2}s^{2n-2}+\cdots+a_4s^4+a_2s^2+a_0}{b_{2n-1}s^{2n-1}+b_{2n-3}s^{2n-3}+\cdots+b_3s^3+b_1s}$$

商

分子の次数が1次高い

分子を分母で割ると

剰余は同じ形式で分子の次数減

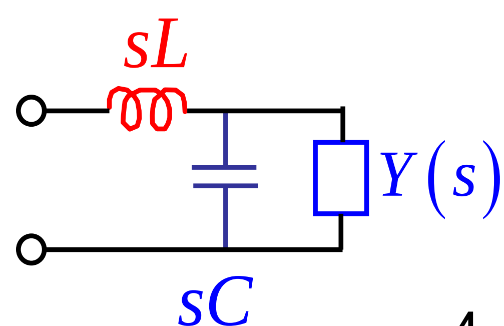
$$Z(s)=\frac{a_{2n}}{b_{2n-1}}s+\frac{c_0+c_2s^2+c_4s^4+\cdots+c_{2n-2}s^{2n-2}}{s\left(b_1+b_3s^2+\cdots+b_{2n-1}s^{2n-2}\right)}$$

$$c_{2k}=a_{2k}-b_{2k-1}\frac{a_{2n}}{b_{2n-1}}$$

剰余を逆数形にして分子を分母で割ると

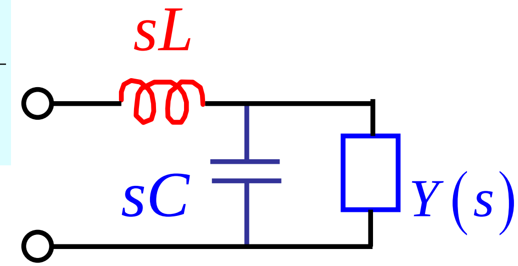
$$Z(s)=\frac{a_{2n}}{b_{2n-1}}s+\frac{1}{\dfrac{b_{2n-1}}{c_{2n-2}}s+\dfrac{s(d_1+d_3s^2+\cdots d_{2n-3}s^{2n-4})}{c_0+c_2s^2+c_4s^4+\cdots+c_{2n-2}s^{2n-2}}}$$

sL sC $Y(s)$

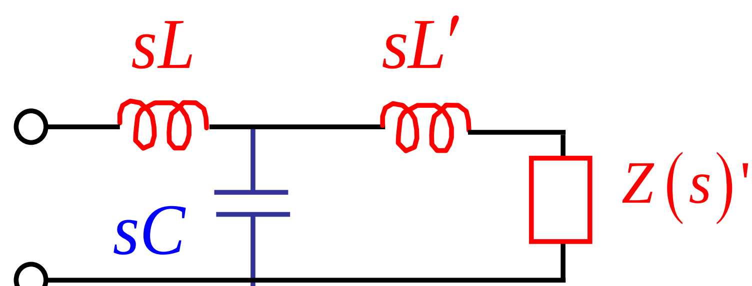


連分数による梯子型回路の表現(1)

$$Z(s)=\underbrace{\frac{a_{2n}}{b_{2n-1}}}_{sL}s+\cfrac{1}{\underbrace{\frac{b_{2n-1}}{c_{2n-2}}}_{sC}s+\underbrace{\frac{s(d_1+d_3s^2+\cdots d_{2n-3}s^{2n-4})}{c_0+c_2s^2+c_4s^4+\cdots+c_{2n-2}s^{2n-2}}}_{Y(s)}}$$



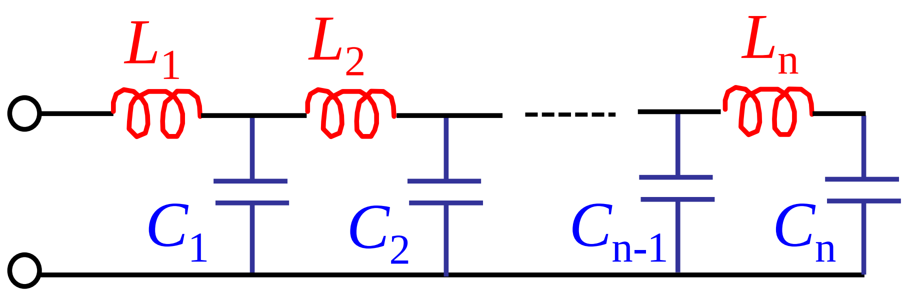
$$Z(s)=\underbrace{\frac{a_{2n}}{b_{2n-1}}}_{sL}s+\cfrac{1}{\underbrace{\frac{b_{2n-1}}{c_{2n-2}}}_{sC}s+\cfrac{1}{\underbrace{\frac{c_{2n-2}}{d_{2n-3}}}_{sL'}s+\underbrace{\frac{e_0+e_2s^2+e_4s^4+\cdots+e_{2n-4}s^{2n-4}}{s(d_1+d_3s^2+\cdots d_{2n-3}s^{2n-4})}}_{Z(s)'}}}$$



連分数による梯子型回路の表現(1)

$$Z(s)=\underbrace{\frac{a_{2n}}{b_{2n-1}}}_{sL_1}s+\cfrac{1}{\underbrace{\frac{b_{2n-1}}{c_{2n-2}}}_{sC_1}s+\cfrac{1}{\underbrace{\frac{c_{2n-2}}{d_{2n-3}}}_{sL_2}s+\cfrac{1}{\underbrace{\frac{d_{2n-3}}{e_{2n-4}}}_{sC_2}s+\cfrac{1}{\underbrace{\frac{e_{2n-4}}{f_{2n-5}}}_{sL_3}s+\cdots}}}}$$

$\boxed{\text{連分数形式}}$



連分数による設計例

共振周波数(零点)	$\omega_1 = 3000$	(rad/sec)	$\omega_3 = 5000$	(rad/sec)
反共振周波数(極)	$\omega_2 = 4000$	(rad/sec)	$H = 0.2$	

n=2の〔−∞、 ∞〕型

$$Z(s) = \frac{H\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)}{s\left(s^2+\omega_2^2\right)} = \frac{0.2\left(s^2+3000^2\right)\left(s^2+5000^2\right)}{s\left(s^2+4000^2\right)}$$

$$= \frac{0.2s^4+6.8\times10^6 s^2+45\times10^{12}}{s^3+16\times10^6 s} = 0.2s + \frac{3.6\times10^6 s^2+45\times10^{12}}{s^3+16\times10^6 s}$$

$$\begin{array}{r|l} & 0.2s \\ \hline s^3+16\times10^6 s & 0.2s^4+6.8\times10^6 s^2+45\times10^{12} \\ & 0.2s^4+3.2\times10^6 s^2 \\ \hline & 3.6\times10^6 s^2+45\times10^{12} \end{array}$$

$$Z(s) = 0.2s + \frac{3.6\times10^{6}s^{2} + 45\times10^{12}}{s^{3} + 16\times10^{6}s} = 0.2s + \cfrac{1}{\cfrac{s^{3} + 16\times10^{6}s}{3.6\times10^{6}s^{2} + 45\times10^{12}}}$$

$$= 0.2s + \cfrac{1}{\cfrac{1}{3.6\times10^{6}}s + \cfrac{\left(16 - \frac{45}{3.6}\right)\times10^{6}s}{3.6\times10^{6}s^{2} + 45\times10^{12}}}$$

$$\begin{array}{r l}
 & \frac{1}{3.6\times10^{6}}s \\
3.6\times10^{6}s^{2} + 45\times10^{12} \big) & s^{3} + 16\times10^{6}s \\
 & \underline{s^{3} + \frac{45\times10^{12}}{3.6\times10^{6}}s} \\
 & \underbrace{\left(16 - \frac{45}{3.6}\right)}_{=3.5}\times10^{6}s
\end{array}$$

$$Z(s) = 0.2s + \cfrac{1}{\cfrac{1}{3.6\times10^{6}}s + \cfrac{3.5\times10^{6}s}{3.6\times10^{6}s^{2} + 45\times10^{12}}}$$

$$= 0.2s + \cfrac{1}{\cfrac{1}{3.6\times10^{6}}s + \cfrac{1}{\cfrac{3.6}{3.5}s + \cfrac{45\times10^{12}}{3.5\times10^{6}s}}}$$

$$Z(s) = sL_1 + \cfrac{1}{sC_2 + \cfrac{1}{sL_3 + \cfrac{1}{sC_4}}}$$

$$\begin{array}{r@{\,}l} & \dfrac{3.6}{3.5}s \\ 3.5\times10^{6}s \big) & \overline{3.6\times10^{6}s^{2} + 45\times10^{12}} \\ & \underline{3.6\times10^{6}s^{2} \phantom{+ 45\times10^{12}}} \\ & \phantom{3.6\times10^{6}s^{2} +\,} 45\times10^{12} \end{array}$$

$$L_1 = 0.2[H]$$

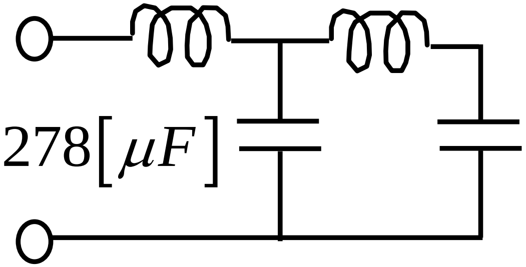
$$C_2 = 0.278[\mu F]$$

$$L_3 = 1.03[H]$$

$$C_4 = 0.078[\mu F]$$

したがって

$$L_1 = 0.2[H] \qquad L_3 = 1.03[H]$$



$$C_2 = 0.278[\mu F] \qquad C_4 = 0.078[\mu F]$$

リアクタンス梯子型回路(2)

〔−∞、 ∞〕型

$$Z(s)=\frac{H\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-1}^2\right)}{s\left(s^2+\omega_2^2\right)\left(s^2+\omega_4^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-2}^2\right)}$$

分子の次数が1次高い

$$=\frac{a_{2n}s^{2n}+a_{2n-2}s^{2n-2}+\cdots+a_4s^4+a_2s^2+a_0}{b_{2n-1}s^{2n-1}+b_{2n-3}s^{2n-3}+\cdots+b_3s^3+b_1s}$$

商

s関数の最低次数から分子を分母で割ると

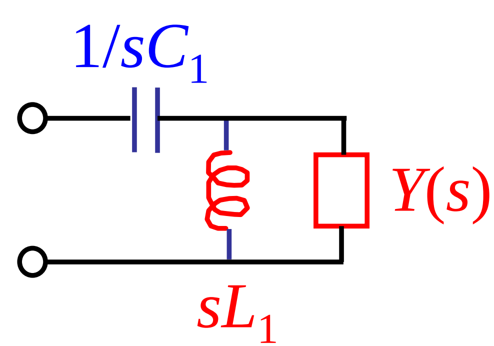
剰余

$$Z(s)=\frac{a_0}{b_1s}+\frac{c_2s^2+c_4s^4+\cdots+c_{2n}s^{2n}}{b_1s+b_3s^3+\cdots+b_{2n-1}s^{2n-1}}$$

最低次数が1上った

$$=\frac{a_0}{b_1s}+\cfrac{1}{\cfrac{b_1}{c_2s}+\cfrac{d_3s^3+d_5s^5+\cdots+d_{2n-1}s^{2n-1}}{c_2s^2+c_4s^4+\cdots+c_{2n}s^{2n}}}$$

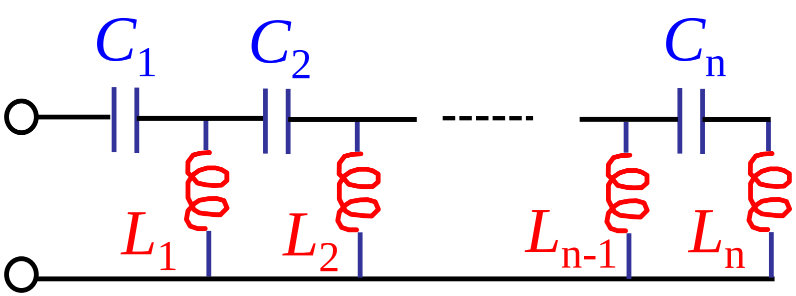
$1/sC_1$　sL_1　$Y(s)'$



連分数による梯子型回路の表現(2)

$$Z(s)=\frac{a_0}{b_1 s}+\cfrac{1}{\cfrac{b_1}{c_2 s}+\cfrac{1}{\cfrac{c_2}{d_3 s}+\cfrac{1}{\cfrac{d_3}{e_4 s}+\cfrac{1}{\cfrac{e_4}{f_5 s}+\cdots}}}}$$

$\frac{a_0}{b_1 s} \to 1/sC_1$, $\frac{b_1}{c_2 s} \to sL_1$, $\frac{c_2}{d_3 s} \to 1/sC_2$, $\frac{d_3}{e_4 s} \to sL_2$, $\frac{e_4}{f_5 s} \to 1/sC_3$



最高次数から商を求めた場合と異なる梯子型回路形式（LとCが入替え）であるが、
同じ$Z(s)$を有し等価である。

その他のリアクタンス関数の場合

〔0、 ∞〕型

$$Z(s)=\frac{Hs\left(s^2+\omega_3^2\right)\left(s^2+\omega_5^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-1}^2\right)}{\underbrace{\left(s^2+\omega_2^2\right)\left(s^2+\omega_4^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-2}^2\right)}_{\text{2次の項数は分子分母とも}(n\text{-}1)}}$$

$$=\frac{a_{2n-1}s^{2n-1}+a_{2n-3}s^{2n-3}+\cdots+a_3s^3+a_0s}{b_{2n-2}s^{2n-2}+b_{2n-4}s^{2n-4}+\cdots+b_2s^2+b_0}$$

分子の次数が1次高い

?

どのような梯子型回路になるでしょうか？
皆さんも考えてみてください。